

PHYS112

SAMMENDRAG

Laget av Augustin Winther
v. 2024-11-14

Gule bokser er
definisjoner fra pensum.

Blå bokser er fysiske
lover/teorier fra pensum.

Grønne bokser er
tilleggsinfo.

Kan inneholde feil
og/eller mangler!

Kontaktinfo for å gi
tilbakemeldinger finnes på
nettsiden min:

winther.io

Konstanter

$$\epsilon_0 \cong 8.854 \cdot 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2$$

$$e \cong 1.602 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

$$\mu_0 \cong 1.257 \cdot 10^{-6} \text{Ns}^2/\text{C}^2$$

$$h \cong 6.626 \cdot 10^{-34} \text{Js}$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

ELEKTRISK LADNING OG ELEKTRISK FELT

Elektrisk ladning

Den fysiske egenskapen materie har som gjør at de opplever en kraft i ett elektrisk felt. Enhet er coulomb [C]

Den kan være positiv, negativ eller nøytral. Ulike ladninger tiltrekker, like frastøter.

Coulombs lov

$$\mathbf{F}_E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = \frac{\mathbf{r}}{r}$$

$\hat{\mathbf{r}}$ peker **fra** ladningen som setter opp kraften og **mot** ladningen kraften virker på.

Superposisjonsprinsippet

Nettokraften $\mathbf{F}$ på en ladning q fra andre ladninger q_i er lik vektorsummen av alle kreftene

$$\mathbf{F}_E = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i \quad [\text{N}]$$

Elektrisk felt

Kraften per enhet ladning som virker på en testladning q_0 . *Testladningen bør være så liten så mulig for å ikke påvirke feltet.*

$$\mathbf{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}_E}{q_0} \quad [\text{N/C}] \text{ eller } [\text{V/m}]$$

Elektrisk felt fra punktladning

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Elektriske ladde materialer

Når to ulike materialer gnis mot hverandre vil det typisk ende opp med at elektroner fra det ene materialer hopper over til det andre, slik at de begge blir elektrisk ladd med motsatt ladning.

Hvem som blir positivt ladd, og hvem som blir negativt ladd avhenger av de kjemiske egenskapene til materialene.

Konservering av elektrisk ladning

Den algebraiske summen av alle ladningene i et lukket system er bevart.

Elektriske leder

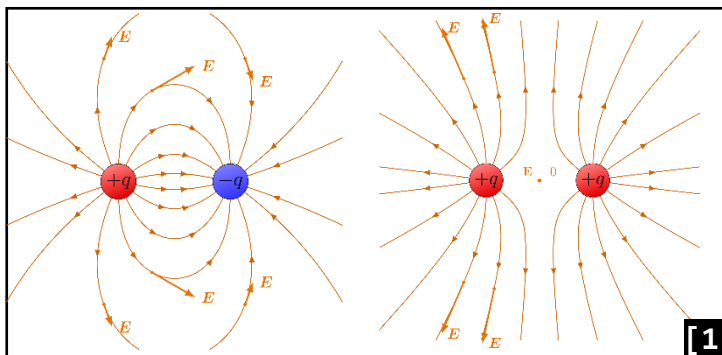
Et materiale med egenskaper som **tillater** elektriske ladninger å bevege seg omtrent fritt innad i materialet

Elektriske isolator

Et materiale med egenskaper som **ikke tillater** elektriske ladninger å bevege seg omtrent fritt innad i materialet

Elektriske halvleder

Et materiale med egenskaper som ligger **mellom** isolator- og leder-egenskaper.



Elektrisk felt fra lang stang

Det elektriske feltet i en avstand x fra en veldig lang stang med ladningstetthet λ er

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon x} \hat{\mathbf{x}}$$

Elektrisk felt fra stort plan

Det elektriske feltet over/under et veldig stort plan med ladningstetthet σ er

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

GAUSS' LOV

Elektrisk fluks

Den elektriske fluksen Φ_E kan konseptualiseres som mengden elektrisk felt linjer gjennom en gitt flate.

Den elektriske fluksen gjennom en flate A er definert som

$$\Phi_E = \iint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \quad [\text{Nm}^2/\text{C}] \text{ eller } [\text{Vm}]$$

Gauss' lov

Den elektriske fluksen Φ_E gjennom en vilkårlig lukket flate A , (ofte kalt *gaussflate*) er proporsjonal med den totale elektriske ladningen Q_A innad i A .

$$\Phi_E = \oiint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_A}{\epsilon}$$

Gauss' lov mer forklart

Fluksen Φ_E er fullstendig uavhengig av valgt lukket flate. Det kan være en sylinderflate, kuleflate, rektangulærflate, etc.

Fluksen er også uavhengig av ladningsfordelingen, den er proporsjonal med den totale ladningen som er omsluttet av gaussflaten.

Fluksen er uavhengig av ladninger utenfor gaussflaten.

ELEKTRISK POTENSIAL

Potensiell energi

Potensiell energi mellom to ladninger q_0 og q med avstand r mellom hverandre, er gitt ved

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q q_0}{r} \quad [\text{Nm}] \text{ eller } [\text{J}]$$

Elektrisk potensialforskjell (spenning)

Potensialforskjellen $V_a - V_b$ mellom to punkt a og b med forflytningskurve med lengde l er gitt ved

$$V_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Det er kun potensialforskjellen som er viktig. Man har frihet til å velge nullpunkt for potensial ($V_a = 0$ eller $V_b = 0$)

Siden potensiell energi avhenger av ett vilkårlig satt nullpunkt, så avhenger elektrisk potensial også av ett gitt vilkårlig satt nullpunkt. Det er derfor vi kun er interessert i den elektriske potensialforskjellen, ettersom den er uavhengig av hvilke punkt vi har som nullpunkt, og gir oss meningsfull fysisk info.



Arbeid fra elektrisk felt på ladning

Arbeidet utført på en ladning fra ett elektrisk felt er lik det negative av endring i potensiell energi til ladningen

$$W_{ab} = -\Delta U = -(U_b - U_a) = U_a - U_b$$

Elektrisk potensial

Potensiell energi per enhet ladning assosiert med en testladning q_0 (enhet volt [V])

$$V = \frac{U}{q_0} \quad [\text{Nm/C}], [\text{J/C}] \text{ eller } [\text{V}]$$

Elektrisk potensial fra punktladning

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r}$$

Elektrisk felt gitt ved elektrisk potensial

$$\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{\mathbf{k}}\right) = -\nabla V$$

KAPASITANS OG DIELEKTRIKUM

Dielektrikum

En elektrisk isolator som kan bli polarisert (få ladning) av et elektrisk felt.

Kapasitans

Mål på et objekt (som oftest kondensator) sin evne til å lagre ladning/energi (enhet farad [F])

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} \quad [C/V] \text{ eller } [F]$$

hvor Q er størrelsen på ladningene på lederne, og V_{ab} er potensial forskjellen mellom lederne.

Kondensatorer i serie

Ladningen over hver kondensator er den samme og er lik total ladningen i seriekoblingen.

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Kondensatorer i parallell

Spenningen over hver kondensator er den samme og lik spenningen over parallellkoblingen.

$$C_{tot} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

Dielektrikumkonstant

For en kondensator med dielektrikumkonstant K

$$E = E_0/K \quad V = V_0/K \quad C = C_0K$$

Permittiviteten til dielektrikumet:

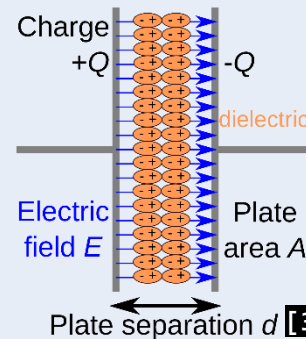
$$\varepsilon = \varepsilon_0 K$$

Kondensator

To elektriske ledere som er adskilt fra hverandre ved hjelp av et dielektrikum.

Egenskaper for parallell plate kondensator

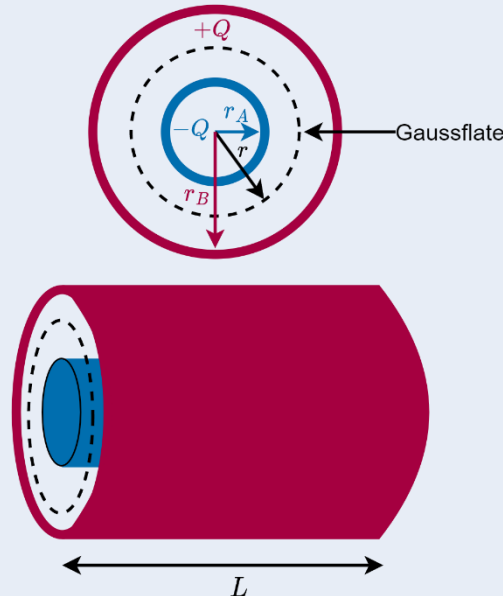
$$E = \frac{Q}{\varepsilon A} \quad V_{ab} = \frac{Q}{\varepsilon A} d \quad C = \varepsilon \frac{A}{d}$$



Egenskaper for sylindrisk kondensator

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r} \quad V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad C = \frac{2\pi\varepsilon L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$\lambda = Q/L$$



Kondensator mer info

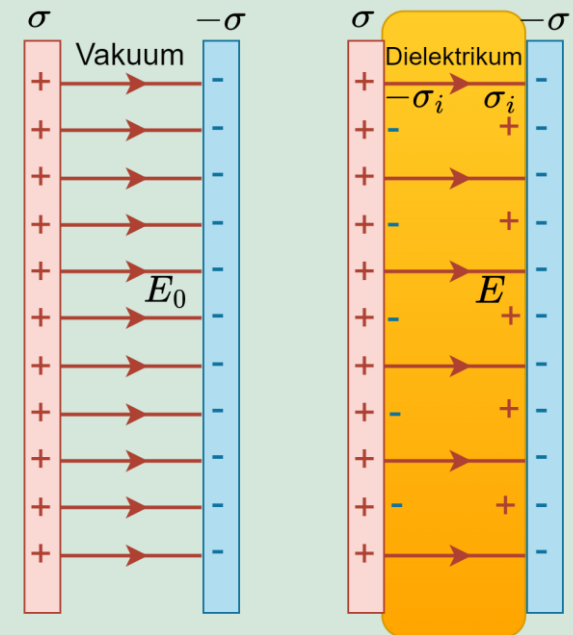
En passiv elektrisk komponent som lagrer elektrisk energi i et elektrisk felt ved å samle elektriske ladninger på to elektriske ledere som er separert fra hverandre ved hjelp av et dielektrikum.

Lagret energi i kondensator

Man kan utregne lagret energi i en kondensator ved å se på arbeidet som utføres for å flytte ladningen fra den ene lederen til den andre. For en parallell plate kondensator får man at den energien er lik

$$U = \frac{1}{2} QV_{ab}$$

Polarisering av dielektrikum



Det nye feltet E er lik feltet ved vakuum E_0 pluss feltet satt opp av de induserte ladningene i dielektrikumet. For en dielektrikumkonstant K har man generelt at $E = E_0/K$

ELEKTRISK STRØM, RESISTIVITET, KONDUKTIVITET OG EMF

Elektrisk strøm

En strøm av ladde partikler. Elektrisk strøm er total mengde ladning som passerer gjennom tverrsnittet A per tidsenhet (enhet Ampere [A])

$$I = \frac{dQ}{dt} = nqv_d A \quad [\text{C/s}] \text{ eller } [\text{A}]$$

hvor q er ladning på hver partikkel, n er antall frie partikler per volumenhet, og v_d er drifhastigheten (snitt hastighet) til partiklene.

Elektrisk strømtetthet

Mengden ladning per tidsenhet som passerer gjennom et enhetsversnitt.

$$\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_d \quad J = \frac{I}{A} \quad [\text{A/m}^2]$$

Strøm er ikke en vektor da denne beskriver hvordan ladninger strømmer gjennom en leder, ikke et punkt. Strømmen har samme verdi langs hele ledere. Strømtetthet derimot beskriver hvordan ladninger strømmer i et gitt punkt, og kan være en vektor.

Elektrisk effekt

Effekt avsatt i et kretselement er gitt ved

$$P = V_{ab}I$$

hvor V_{ab} er spenningen over elementet, og I er strømmen gjennom elementet.

Spenning over emf kilde

Gitt en emf kilde med styrke ε , indre motstand r , og strømgjennomgang I , så er spenningen over terminalene V_{ab} gitt ved

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir$$

Generelt om elektrisk strøm

Så lenge $\mathbf{E} \neq \mathbf{0}$ og det finnes frie ladninger har vi en strøm av ladninger og dermed transport av elektrisk energi.

Strømretningen er av konvensjon definert som den retningen positive ladninger ville gått. Altså langs $\mathbf{E}$.

Ohmske materialer

For flere materialer er resistiviteten ρ omtrent konstant ved konstant temperatur. Disse materialene kaller man *ohmske materialer*.

For ikke ohmske materialer er resistiviteten avhengig av det elektriske feltet $\rho = \rho(E)$

Ohms lov

Strømmen gjennom en ohmsk leder mellom to punkt er direkte proporsjonal med spenningen over disse to punktene

$$V_{ab} = IR$$

Temperaturavhengig resistivitet

Gitt en referanseresistivitet ρ_0 ved en referansetemperatur T_0 , og en empirisk- og materialespesifikk temperaturkoeffisient α , så har man at resistiviteten ved en temperatur T er lik

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Resitivitet vs. motstand

Resitivitet sier noe om materialet, motstand sier noe om selve objektet. F.eks. sølv har en spesifikk resitivitet, men en leder laget av sølv har motstand avhengig av dens geometriske egenskaper.

Man kan betrakte resitivitet som motstand per enhetslengde for ett enhets tverrsnitt: $\rho = R \frac{A}{L}$

Elektrisk resistivitet

Egenskap til materiale som måler hvor mye det motstår å lede strøm. For ett gitt punkt inni et materiale er resistivitet definert som

$$\rho = \frac{E}{J} \quad [\text{Vm/A}] \text{ eller } [\Omega\text{m}]$$

Elektrisk konduktivitet

Egenskap til materiale som måler hvor godt et materiale leder strøm. For ett gitt punkt inni materialet er konduktivitet definert som

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{J}{E} \quad [\text{A/Vm}] \text{ eller } [1/\Omega\text{m}]$$

Elektrisk motstand leder

Den elektriske motstanden R til en leder med tverrsnitt A , resistivitet ρ , og lengde L er definert som

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad [\text{V/A}] \text{ eller } [\Omega]$$

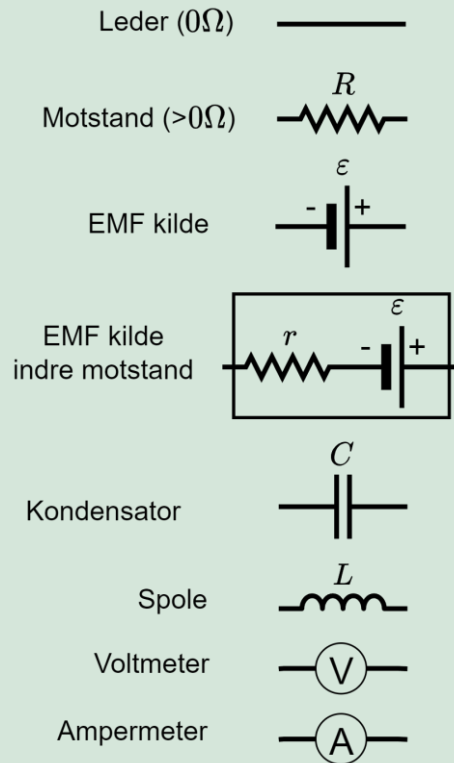
Elektromotorisk kraft (emf)

Energi overføring til en elektrisk krets per enhet ladning. Emf-styrken ε til en emf-kilde (f.eks. batteri) er definert som arbeid dW per ladning dQ .

$$\varepsilon = \frac{dW}{dQ} \quad [\text{Nm/C}], [\text{J/C}] \text{ eller } [\text{V}]$$

DC-KRETSE

Kretsdiagram symboler



Motstand i serie

Strømmen gjennom hver motstand er den samme og lik strømmen gjennom seriekoblingen.

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

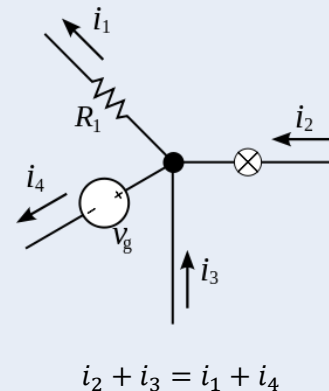
Motstand i parallell

Spenningen over hver motstand er den samme og lik spenningen over parallellkoblingen.

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Kirchhoffs 1. lov

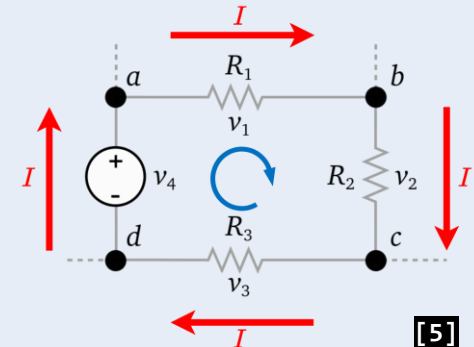
Summen av strømmen i et nettverk av ledere som møtes i et punkt er 0. (Strøm inn = strøm ut) Eksempel:



[4]

Kirchhoffs 2. lov

Retningssummen av spenninger rundt en lukket krets er 0. Eksempel:



[5]

Hvor **antatt strømretning** er de røde pilene, og **summeretningen** er den blå «slyngen».

Fortegns regler for summering av spenning

	Motstand	Spole
summeretning går mot antatt strømretning	+ pluss	+ pluss
summeretning går med antatt strømretning	- minus	- minus

+ om **summeretning** går fra - til + på **emf**
 - om **summeretning** går fra + til - på **emf**

Om man har antatt feil strømretning, så vil strømmen få negativt fortegn og emf vil få motsatt fortegn når man gjør utregninger.

Generelt om elektriske kretser

- En vedvarende strøm kan bare opprettholdes i en lukket krets.
- I en åpen krets vil ladningene samle seg i en ende og sette opp et felt motsatt rettet til feltet i kretsen. Til slutt blir de like store og kansellerer hverandre.
- En ladning har alltid samme pot. energi på samme punkt i kretsen.
- Ladningers pot. energi avtar når de passerer gjennom en motstand. Derfor trenger vi emf kilder.

Intuisjon for Kirchhoffs 2. Lov

Om en emf «gir» spenning til en krets, så må komponentene i den kretsen også «bruke opp» den spenningen. Tenk på «gitt spenning» som positiv, og «brukt spenning» som negativ. Dette er derfor man trekker ifra spenning over motstander og spoler om summeretning og antatt strømretning er like, da det er spenningsfall over slike komponenter. Med **kondensatorer** kan man tenke på de som motstander når de lader og emf-er når de utlader.

Merk: Har man antatt riktig strømretning ved Kirchhoffs 2. lov og får en emf med negativt fortegn, betyr det at strømmen går fra høy-potensial siden av emf-kilden til lav-potensial siden. Bruker man formelen for elektrisk effekt får man negativ effekt. Dette betyr at man lagrer energi i emf kilden, hvis det går, om ikke ødelegger man kilden. Tenkt oppladbare batteri.

RC-KRETSE

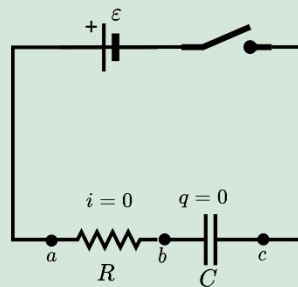
Definisjon

Kretser bestående av motstander R , kondensatorer C og muligens emf-er ε .

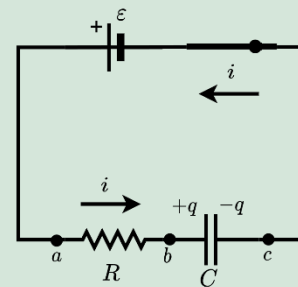
Merk konvensjonen med å bruke små bokstaver for tidsavhengige variabler som i, q, v etc.

RC-krets som *lader* en kondensator

Kondensator utladet



Kondensator lader



Kondensator ladning

Ladning til kondensator ved ladning er

$$q = q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) = Q_f(1 - e^{-t/RC})$$

Strømstyrke ved ladning

Strømmen til kretsen ved ladning er

$$i = i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC}$$

Tidskonstanten

Etter en tid RC så har kondensatoren nådd $(1 - \frac{1}{e}) \approx 0.632$ av sin fulle ladning $Q_f = C\varepsilon$. Denne tiden kaller man tidskonstanten og sier noe om hvor hurtig en kondensator lader opp.

$$\tau = RC$$

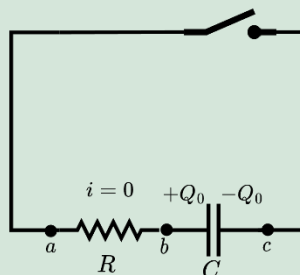
Ved utladning vil strømmen få motsatt fortegn relativt til under ladning, dette da ladningene nå går andre veien.

Energi under ladning

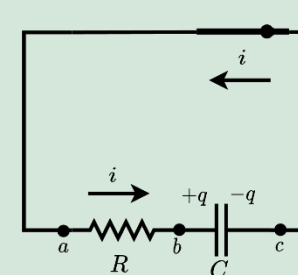
$$E_{tot} = \varepsilon^2 C \quad E_{kondensator} = 1/2 \varepsilon^2 C \quad E_{tapt i motstand} = 1/2 \varepsilon^2 C$$

RC-krets som *utlader* en kondensator

Kondensator ladet



Kondensator utlader



Kondensator utladning

Ladning til kondensator ved utladning er

$$q = q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$$

Strømstyrke ved utladning

Strømmen til kretsen ved utladning er

$$i = i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC}$$

MAGNETFELT OG MAGNETISKE KREFTER (I)

Magnetisk felt (B-felt)

Ladninger i bevegelse skaper et magnetfelt $\mathbf{B}$ (enhet tesla [T] = [N/Am]). Et magnetisk felt setter opp en kraft $\mathbf{F}_B$ på en ladning q som har en hastighet $\mathbf{v}$ i feltet.

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Merk at den magnetiske kraften er alltid vinkelrett på

Magnetisk fluks

Den magnetiske fluksen Φ_B kan konseptualiseres som mengden magnetiske felt linjer gjennom en gitt flate. Enhet weber [Wb]

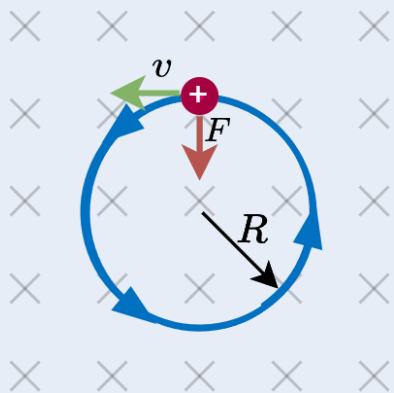
Den magnetiske fluksen gjennom en flate A er definert som

$$\Phi_B = \iint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad [\text{Nm/A}], [\text{Vs}] \text{ eller } [\text{Wb}]$$

Sirkulær bane i el.mag. felt

En ladning q med masse m og fart v som beveger seg normalt på et homogent magnetfelt vil ha en sirkelbane med radius

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$



Magnetisk felt

- Magnetiske feltlinjer danner alltid lukkede sløyfer, dvs. det finnes ikke magnetisk monopol (magnetisk «ladning»).
- Magnetfelt har en nord- og sør-pol. Feltlinjene går fra nord til sør.
- Permanente magneter er materiale som har magnetiske felt grunnet deres kjemisk egenskaper.
- I et rent magnetfelt vil en ladning alltid bevege seg med konstant fart

Gauss' lov

Den magnetiske fluksen Φ_B gjennom en vilkårlig lukket flate A , er null.

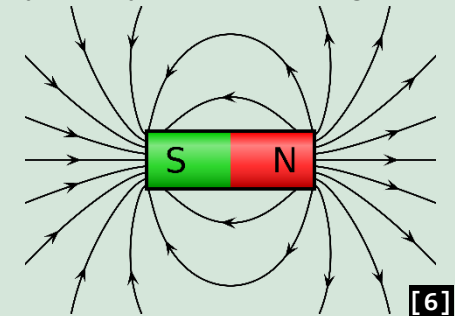
$$\Phi_B = \oiint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Tegning av magnetfelt retning

Felt i planet	Felt normalt inn i planet	Felt normalt ut av planet

Magnetisk dipol

Eksempel på en stavmagnet. Jo nærmere feltlinjene er, jo sterkere er magnetfeltet



Lorentz kraften

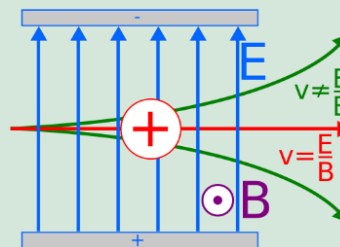
Totalkraft på ladning i elektromagnetisk felt

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$\mathbf{F}_E$ gjør arbeid på ladningen. Endrer v og $\hat{v}$
 $\mathbf{F}_B$ gjør ikke arbeid. Endrer bare $\hat{v}$

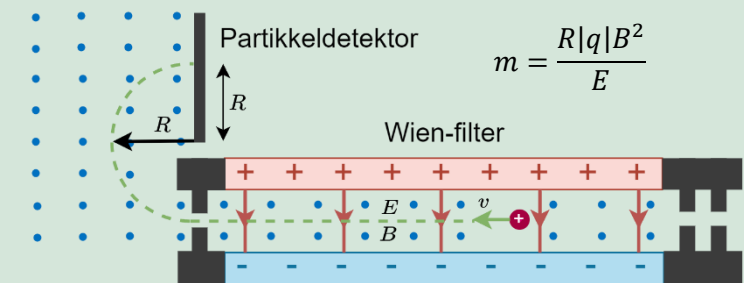
Wien-filter (hastighetsvelger)

Et instrument bestående av et elektrisk felt ortogonalt på et magnetisk felt. Kun hastigheter med riktig hastighet vil komme rett ut av filteret da den riktige hastigheten gjør at de magnetiske og elektriske kreftene kansellerer hverandre. Riktig hastighet er $v = E/B$



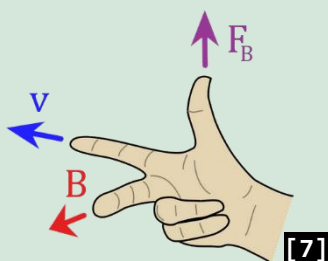
Massespektrometer

Et instrument for å måle massen til ladde partikler. Man bruker et Wien-filter til å filtrere ut partiklene man vil ha, så lar man partiklene bli skutt ut av filteret slik at de har fartsretning normalt på ett homogent magnetfelt. Dette fører til en sirkulær bane på partikkelen. Partikkelen ender opp med å krasje i en partikkel detektor grunnet den krumme banen. Man måler så hvor partikkelen krasjet og kan utlede massen fra det.



MAGNETFELT OG MAGNETISKE KREFTER (II)

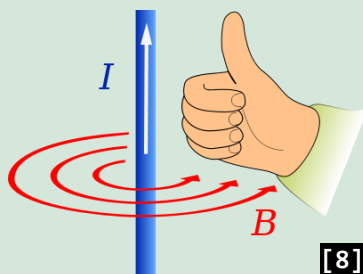
Magnetisk kraft vektor



[7]

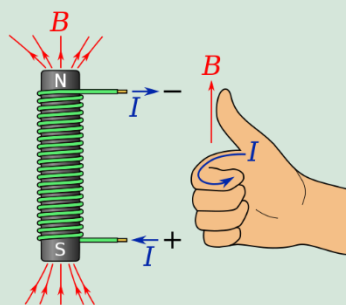
Høyrehåndsregler

Magnetfelt rundt leder



[8]

Magnetfelt rundt spole



Magnetisk kraft på strømførende leder

Den totale magnetiske kraften på alle ladningene som strømmer gjennom en leder kan bli sett på som en magnetisk kraft på selve lederen. For en rett leder med lengde l , og strøm I er den lik

$$\mathbf{F}_B = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

Generelt for et infinitesimalt leder segment gjelder

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

Pot. energi for magnetisk dipol i magnetfelt

Når en magnetisk dipol, som en strømsløyfe f.eks., roterer i et magnetisk felt så gjør feltet arbeid på det. Ut fra dette har man at den potensielle energien for den magnetiske dipolen er

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -IA \cdot \mathbf{B}$$

Forhold mellom mag. og el. kraft i vakuum

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow F_B \ll F_E \text{ når } v \ll c$$

Magnetisk kraftmoment på strømsløyfe

Den totale magnetiske kraften på en strømsløyfe i et homogent magnetfelt $\mathbf{B}$ er null. Men der kan virke et magnetisk kraftmoment $\boldsymbol{\tau}$ som gjør at sløyfen kan rotere. Generelt for en strømsløyfe med strøm I og areal $\mathbf{A}$ er dette kraftmomentet gitt ved

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

Hvor $\boldsymbol{\mu} = IA$ er magnetisk dipol-moment

$$\boldsymbol{\tau} = I \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

KILDER TIL MAGNETFELT

Magnetisk felt i punkt fra ladning

Magnetfelt $\mathbf{B}$ i en posisjon $\mathbf{r}$ fra en ladning q med hastighet $\mathbf{v}$ er gitt ved

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

hvor μ_0 er permeabiliteten i vakuum. $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$

Superposisjonsprinsippet

Det totale magnetiske feltet $\mathbf{B}$ som oppstår grunnet flere ladninger q_i med hastighet $\mathbf{v}_i$ er vektorsummen av alle de individuelle magnetiske feltene $\mathbf{B}_i$

$$\mathbf{B} = \sum_i \mathbf{B}_i = \sum_i \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\mathbf{v}_i \times \hat{\mathbf{r}}_i}{r_i^2}$$

Kraft mellom parallelle ledere

Magnetisk kraft F_B mellom to parallelle ledere a og b med lengde L , og avstand r mellom hverandre er

$$F_B = \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi r} L$$

Paramagnetiske materialer

- Atomer/molekyler i materialet har netto dipolmoment som gjør at materialet har $\mathbf{B}_{int} > \mathbf{0}$ (svakt)
- Materiale kan bli da svakt tiltrukket av $\mathbf{B}_{ekst,initial}$.
- Materialet blir magnetisert og $\mathbf{B}_{int} \parallel \mathbf{B}_{ekst,initial}$
- Grunnet at materiale allerede har $\mathbf{B}_{int} > \mathbf{0}$, så blir $\mathbf{B}_{ekst,final} > \mathbf{B}_{ekst,initial}$. (Superposisjonsprinsippet).

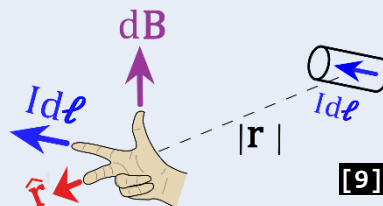
Diamagnetiske materialer

- Atomer/molekyler i materialet har ingen netto dipolmoment $\Rightarrow \mathbf{B}_{int} = \mathbf{0}$
- Ett felt $\mathbf{B}_{ekst,initial}$ vil likevel føre til at $\mathbf{B}_{int} > \mathbf{0}$ og $\mathbf{B}_{int} \parallel \mathbf{B}_{ekst,initial}$.
- Men $\mathbf{B}_{int}$ er motsatt rettet av $\mathbf{B}_{ekst,initial}$. $\Rightarrow |\mathbf{B}_{ekst,final}| < |\mathbf{B}_{ekst,initial}|$ (svak effekt)

Biot-Savarts lov

Gitt et element (leder f.eks.) med lengde $\mathbf{l}$ (der $\mathbf{l}$ peker i +strømretning) hvor det strømmes en strøm I igjennom. Da vil magnetfeltet i en posisjon $\mathbf{r}$ fra elementet være

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



Amperes lov

Gitt en lukket kurve C som er delt opp i mange infinitesimale segmenter $d\mathbf{l}$ med magnetfelt $\mathbf{B}$ i segmentene. Og C omslutter ledere med totalstrøm I_{omsl} , da sier Amperes lov (i ikke magnetiske materiale) at

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{omsl}$$

For magnetiske materialer hvor magnetiseringen er proporsjonal med $\mathbf{B}$, har man

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = K_b \mu_0 I_{omsl}$$

hvor K_b er relativ permeabilitet.

Ferromagnetiske materialer

- Kan danne permanente magneter.
- Sterk vekselvirkning mellom magnetiske dipolmomenter fra ulike atomer/molekyler innad i materialet fører til «magnetiske områder» hvor dipolene er parallelle med hverandre uten eksternt felt.

Magnetfelt fra lang leder

På en sirkel med radius r rundt en lang leder med strøm I er magnetfeltstyrken lik

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Magnetfelt fra sirkulær strømloop

Magnetfeltstyrken B_x i en avstand x langs senteraksen til en strømloop med radius a og strøm I er

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Magnetfelt på aksene til spole

Magnetfeltstyrken B_x på senteraksen til en spole med N antall vindinger med strøm I og radius a er

$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{2a}$$

Magnetisk dipolmoment elektron

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{e}{2m_e} \mathbf{L} = \frac{e}{2m_e} \frac{h}{2\pi} \mathbf{L}$$

Hvor $\mathbf{L}$ er banespinnet til elektronet, og h er Plancks konstant. Merk at banespinnet $\mathbf{L}$ er konserverert og videre er $\boldsymbol{\mu}$ konserverert.

Magnetisering

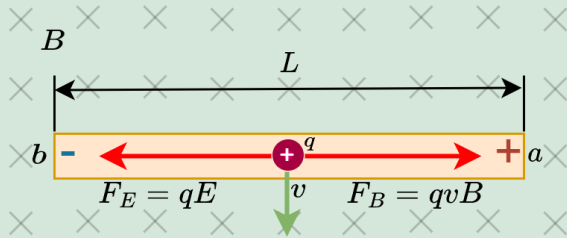
- Banespinnet (og egenspinnet) til elektronet danner en strømsløyfe som setter opp ett lite magnetfelt. Atomer fungerer som magnetiske dipoler.
- I utgangspunktet peker $\boldsymbol{\mu}$ i vilkårlige retninger i et materiale $\Rightarrow \mathbf{B}_{int} = \mathbf{0}$.
- Et eksternt magnetfelt $\mathbf{B}_{ekst}$ vil føre til et kraftmoment $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_{ekst}$ på hver dipol.
- Kraftmomentet gjør at flere atomære dipoler vil innrette seg parallelt med $\mathbf{B}_{ekst}$. $\Rightarrow$ Magnetisert materiale

ELEKTROMAGNETISK INDUKSJON

Rett leder med hastighet i magnetfelt

En rett leder med lengde L og fart v vinkelrett på et homogent magnetfelt B , har potensialforskjell fra toppen av staven til bunnen staven lik

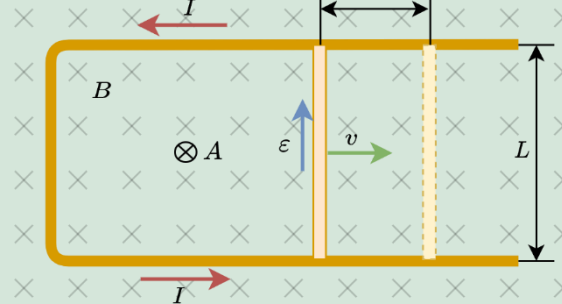
$$\varepsilon = V_{ab} = vBL$$



Rett leder glidende på strømsløyfe

For en rett leder med lengde L og fart v vinkelrett på et homogent magnetfelt B , hvor den rette lederen glir en avstand $v dt$ på en U-formet strømsløyfe slik at den lukker sløyfen, så har vi at endring i magnetisk fluks gjennom det lukkede sløyfe arealet er lik

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -vBL$$



Faradays induksjons lov

Den induerte emf-en ε til en lukket sløyfe i et magnetfelt B med magnetisk fluks Φ_B gjennom sløyfearealet A er

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

Endring av magnetisk fluks $d\Phi_B/dt$ kan skyldes:

- Endring av sløyfeareal A
- Endring av magnetfeltstyrke B
- Endring av vinkel mellom sløyfeareal A og magnetfelt B

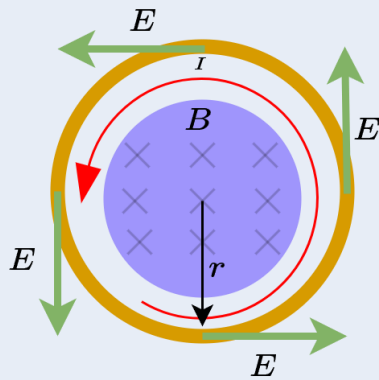
Retning til induert emf ε :

- Velg selv positiv retning for A , fin deretter fortegnet til ε
- Bruk høyrehåndregel hvor tommel peker retning A , da peker de krummede fingrene i positiv ε og I retning.

Faradays induksjons lov (elektrisk felt)

Gitt en strømledende lukket kurve C delt opp i mange infinitesimale deler $d\mathbf{l}$, som omslutter et homogent magnetfelt B med areal A . Da har man at det blir induert et elektrisk E felt langs C likt

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$



Det induerer også et elektrisk felt selv om kurven ikke er der.
Det elektriske feltet blir induert i rommet,

Det elektriske feltet som blir induert er ikke konservativt.

Amperes lov generalisert

Slik Amperes lov så langt er gitt så får man 0 som svar i dielektrikumet mellom to motsatt ladde plater (kondensator), noe som ikke stemmer. Man legger derfor til **forskyvningsstrøm** gitt ved

$$i_{\text{forskyv}} = \varepsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Som er den *virtuelle* strømmen som strømmer gjennom dielektrikumet. Permittiviteten til dielektrikumet er ε .

Ampers lov (i ikke magnetiske materiale) blir da generalisert til

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (i_{\text{omsl}} + i_{\text{forskyv}}) = \mu_0 \left(i_{\text{omsl}} + \varepsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

For magnetiske materialer hvor magnetiseringen er proporsjonal med B har man

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = K_b \mu_0 \left(i_{\text{omsl}} + \varepsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

hvor K_b er relativ permeabilitet.

Lenzs lov

Den induerte strømmen I har retning slik at den induerer et magnetfelt som motvirker endring av magnetisk fluks.

Forskyvningsstrøm

Forskyvningsstrøm er ikke en faktisk strøm av ladde partikler, men ett tidsvarierende elektrisk felt. Siden dette tidsvarierende elektriske feltet induerer et magnetfelt, så kan man konseptualiserer det som en «virtuell» strøm av ladde partikler som induerer et magnetfelt.

Ta for eksempepl an AC-krets med en kondensator. Det vil være en strøm igjennom kondensatoren som induerer et magnetfelt, men grunnet at kondensatoren er i en AC-krets, så vil det elektriske feltet inni kondensatoren variere med tid, som fører til et induert magnetisk felt. Dette tar vi hensyn med ved å legge til forskyvningsstrøm.

INDUKTANS

Induktans

Forholdet mellom induert spenning ε og endring per tidsenhet til strømmen i som forårsaker spenningen (enhet henry $[H]$)

$$L = \frac{\varepsilon}{di/dt} \quad [\text{Vs/A}] \text{ eller } [H]$$

Gjensidig induktans

Forholde mellom induert spenning ε_2 i en spole og endring per tidsenhet til strømmen i_1 i spolen som forårsaket spenningen

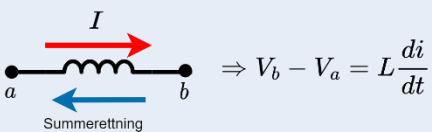
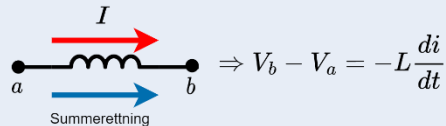
$$M_{21} = -\frac{\varepsilon_2}{di_1/dt} = -\frac{N_2 \frac{d\Phi_{B2}}{dt}}{di_1/dt} = N_2 \frac{\Phi_{B2}}{i_1}$$

Ideell spole

En ideell spole har ingen motstand, kapasitans eller energi tap (varmetap).

I virkeligheten har spoler målbar motstand (utenom super ledere) grunnet motstand i ledematerialet, og kapasitans mellom vindingene.

Kirchhoffs 2. lov for spoler



$-\varepsilon_L$ om **summeretning** går **med antatt strømrøtning** over spole.

$+\varepsilon_L$ om **summeretning** går **mot antatt strømrøtning** over spole.

Indusert spenning fra spole til spole

Gitt to spoler med henholdsvis N_1 og N_2 antall vindinger og en strøm i_1 gjennom spole 1 som fører til et induert magnetfelt B_1 . Da opplever hver vinding i spole 2 en gj. snitt. fluks gjennom hver vinding med styrke Φ_{B2} forårsaket av endring i $B_1 \Leftrightarrow$ endring i i_1 . Indusert spenning i spole 2 blir

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{B2}}{dt}, \quad B_1 = \frac{\mu_0 N_1 i_1}{l_1}$$

hvor l_1 er den syndriske lengden til spole 1

Gjensidig induktans symmetri

$$M_{21} = N_2 \frac{\Phi_{B2}}{i_1} = N_1 \frac{\Phi_{B1}}{i_2} = M_{12} = M$$

$$\varepsilon_2 = -M \frac{di_1}{dt}, \quad \varepsilon_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$

Magnetisk energi lagret i spole

Den totale energien U nødvendig for å etablere en strøm I i en spole uten strøm fra før er gitt ved

$$U = L \int_0^I i \, di = \frac{1}{2} LI^2$$

Hvor L er selvinduktansen til spolen

For en ideell spole med syndrisk lengde l og syndrisk tverrsnitt A

$$U = \frac{1}{2\mu_0} B^2 Al$$

Selvinduktans

En selvinduktans L oppstår når strømmen i i en spole endrer seg, som fører til endring i gj. snitt. magnetisk fluks Φ_B gjennom hver N vinding i spolen, som igjen fører til induert spenning ε over spolen gitt ved

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt}, \quad L = N \frac{\Phi_B}{i}$$

For en spole med syndrisk lengde l og syndrisk tverrsnitt A er selvinduktansen lik

$$L = \frac{\mu_0 AN^2}{l}$$

Spenningsfall over spole

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt}$$

Effekt mottatt av spole

$$P = \varepsilon_L i = L \frac{di}{dt} i$$

Magnetiske energitetthet i spole

Magnetisk energitetthet per syndrisk volumenhet for en spole er gitt ved

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Magnetiske energitetthet i rom

I et medium med konstant permabilitet μ og homogent magnetfelt B , så er den magnetiske energitettheten

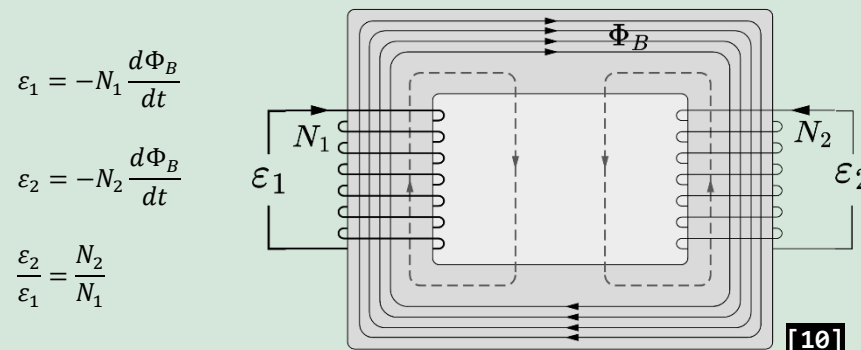
$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Elektrisk energitetthet i dielektrikum

I et dielektrikum med permittivitet ε og homogent elektriskfelt E , så er den elektriske energitettheten

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$$

Transformator



[10]

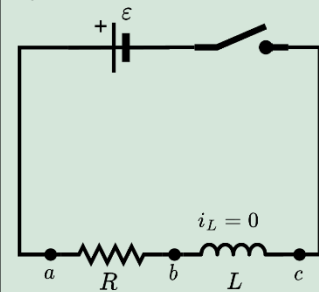
RL-KRETSE

Definisjon

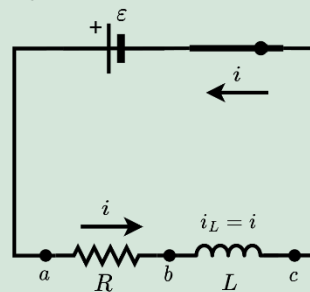
Kretser bestående av motstander R , spoler L og muligens emf-er ε .

RL-krets med økende strøm

Spole uten strøm



Spole med økende strøm



Tidskonstanten

Etter en tid $\tau = L/R$ så har strømmen nådd $(1 - e^{-1}) \approx 0.632$ av sin fulle verdi $I = \varepsilon/R$. Denne tiden kaller man tidskonstanten og sier noe om hvor hurtig kretsen er på å nå sin fulle strømverdi.

Strømstyrke ved økende strøm

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

Strømstyrke ved minkende strøm

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

Hvor I_0 er strømmen «lagret» i spolen

Merk at strømmen i er en kont. funksjon i en krets som inneholder en spole. Fjerner man emf-kilden her vil strømmen sakte men sikkert minke ved funksjonen nevnt over.

LRC-KRETSE

Definisjon

Kretser bestående spole L , motstand R , kondensator C og muligens emf ε

Fungerer veldig likt som LC-krets bare at amplituden til ladning q og strøm i minker over tid grunnet effekt tap i motstanden

Vinkel frekvens

$$\omega = \sqrt{1/LC - R^2/4L^2}$$

Kondensator ladning

$$q(t) = Q_m e^{-(R/2L)t} \cos(\omega t + \phi)$$

Merk at e er Eulers konstant her, ikke elementær ladningen

LC-KRETSE

Definisjon

Kretser bestående av en spole L og en kondensator C .

I LC-kretser kan ladningen på kondensatoren og strømmen i kretsen bli beskrevet av sinusformede funksjoner

Vinkel frekvens til LC-krets

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Kondensator ladning

$$q(t) = Q_m \cos(\omega t + \phi)$$

Krets strømstyrke

$$i(t) = -\omega Q_m \sin(\omega t + \phi)$$

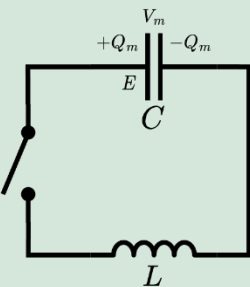
Faseforskyvnings verdi

Ved t_0 , om venstre kondensator plate (som illustrert til venstre) har ladning Q_m og $i = 0$ da er $\phi = 0$

Ved t_0 , om $q = 0$, da er $\phi = \pm \frac{\pi}{2}$ rad

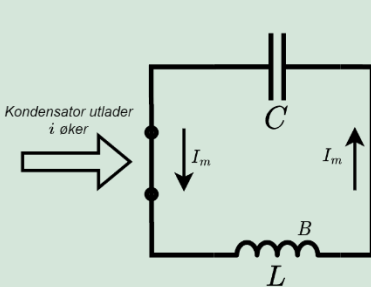
Syklusen til en ideell LC-krets

Kondensator fullladet
ingen strøm



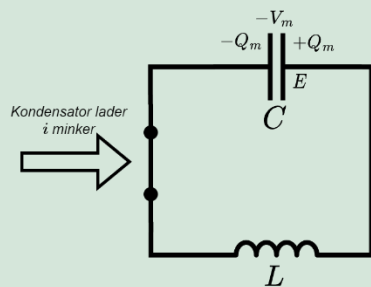
All energi i kondensatorens
elektriske felt

Kondensator fullt utladet
maksimal strøm



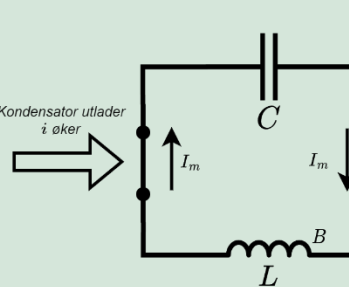
All energi i spolens
magnetiske felt

Kondensator fullt utladet
ingen strøm. Polaritet reversert



All energi i kondensatorens
elektriske felt

Kondensator fullt utladet
maksimal strøm andre veien



All energi i spolens
magnetiske felt

Etter siste illustrasjon går situasjonen tilbake til første illustrasjon bare med lukket bryter

VEKSELSTRØM (AC)

Vekselstrøm

$$i(t) = I \cos(\omega t)$$

hvor I er strømamplituden,
og ω er **vinkelfrekvens** $\omega = f2\pi$

Vekselspenning

$$v(t) = V \cos(\omega t + \phi)$$

hvor V er spenningsamplituden, ω er vinkelfrekvens,
og ϕ er faseforskyvning mellom strøm og spenning

Symbol for AC emf-kilde



Motstand i AC-krets

Gitt strømmen gjennom motstanden er $i = I \cos(\omega t)$. Da vil spenningen over motstanden være i **fase** med strømmen $\Rightarrow \phi = 0$

$$v(t) = V \cos(\omega t)$$

Ideell spole i AC-krets

Gitt strømmen i spolen er $i = I \cos(\omega t)$, og spolen har selvinduktans L , da ligger spenningen over spolen $\pi/2$ **foran** strømmen $\Rightarrow \phi = \pi/2$

$$v(t) = V_L \cos(\omega t + \pi/2)$$

$$\text{hvor } V_L = I\omega L = IX_L$$

hvor $X_L = \omega L$ er **induktiv reaktans**, analogt med motstand.

Merk: Siden den induktive reaktansen er proporsjonal med frekvensen på AC-strømmen, så vil ulike frekvenser møte ulik motstand innad i spolen. Jo høyere frekvens, jo mer motstand. Dette gjør at spoler fungerer som et **lavpass-filter** som blokkerer høy frekvens vekselstrøm i å passere

Kondensator i AC-krets

Gitt strømmen i kretsen er $i = I \cos(\omega t)$, og kondensatoren har kapasitans C , da ligger spenningen over kondensatoren $\pi/2$ **bak** strømmen $\Rightarrow \phi = -\pi/2$

$$v(t) = V_C \cos(\omega t + \pi/2)$$

$$\text{hvor } V_C = I \frac{1}{\omega C} = IX_C$$

hvor $X_C = \frac{1}{\omega C}$ er **kapasitiv reaktans**, analogt med motstand.

Merk: Siden den kapasitive reaktansen er omvendt proporsjonal med frekvensen på AC-strømmen, så vil lavere frekvenser møte mer motstand. Dette gjør at kondensatorer fungerer som et **høypass-filter** som blokkerer lav frekvens vekselstrøm i å passere.

Effekt i elementer i AC-krets

La strømmen i kretsen være gitt ved $i = I \cos(\omega t)$. Momentan effekt p gitt til et element er $p = vi$

$$\textbf{Motstand: } P_{\text{avg}} = V_{R\text{rms}} I_{\text{rms}} = \frac{V_R}{\sqrt{2}} \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} V_R I$$

$$\textbf{Ideell spole: } P_{\text{avg}} = 0$$

$$\textbf{Kondensator: } P_{\text{avg}} = 0$$

$$\textbf{Kretsen totalt: } P_{\text{avg}} = \frac{1}{2} VI \cos \phi = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi$$

Mer om induktiv og kapasitiv reaktans

Induktiv reaktans X_L beskriver den selv-induserte emf-en i en spole som motvirker endring i strøm gjennom spolen.

Kapasitiv reaktans X_C beskriver motstanden en kondensator har til å endre spenningen over lederne.

Impedans i AC-krets

Impedansen Z (generalisert motstand) til en AC-krets er forholdet mellom spennings amplituden V til kretsen og strøm amplituden I til kretsen

$$V = IZ$$

Impedans i AC LRC-krets

Gitt strømmen i kretsen er $i = I \cos(\omega t)$, og kondensatoren har kapasitans C , motstanden har resistans R , og spolen har induktans L , da er impedansen Z gitt ved

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + [\omega L - (1/\omega C)]^2}$$

$$Z_{\text{maks}} = R \text{ når LRC-kretsen sin vinkelfrekvens er lik } \textbf{resonans frekvensen } \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

Faseforskyvning i AC LRC-krets

Gitt strømmen i kretsen er $i = I \cos(\omega t)$, og kondensatoren har kapasitans C , motstanden har resistans R , og spolen har induktans L , da er faseforskyvningen til spenning i forhold til strøm ϕ gitt ved

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \right)$$

MAXWELLS LIGNINGER

Integral form

Gauss' lov for E-felt

Gitt en lukket flate A som omslutter et volum V med ladningstetthet ρ , i et elektrisk forskyvningsfelt $\mathbf{D}$, da har vi at

$$\oint_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \iiint_V \rho dV$$

Gauss' lov for B-felt

Gitt en lukket flate A i et magnetisk felt $\mathbf{B}$, da har vi at

$$\oint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Faradays lov

Gitt en lukket kurve C med lengde l i et elektrisk felt $\mathbf{E}$ forårsaket av endring i magnetisk fluks Φ_B gjennom arealet definert av kurven C , da har vi at

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Amperes lov

Gitt en lukket kurve C med lengde l i et magnetfelt med magnetisk feltstyrke $\mathbf{H}$ som er forårsaket av strømtettheten $\mathbf{J}$ gjennom arealet A som kurven definerer, i tillegg til et eventuelt elektrisk forskyvningsfelt $\mathbf{D}$ forårsaket av endringer i magnetfeltfluks, da har vi at

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_A \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{A}$$

Elektrisk forskyvnings felt

Definert som produktet av det elektriske feltet $\mathbf{E}$ og permittiviteten til mediumet ε

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

Magnetisk feltstyrke

Definert som produktet av det magnetiske feltet $\mathbf{B}$ og den inverse av permeabiliteten til mediumet μ

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} / \mu$$

Integral formene og differensial formene er matematisk sett ekvivalente.

Integral formene relaterer ulike felt i en spesifikk del av rommet og kan ofte være hjelpsomme til å simplificere og direkte utregne felt ut ifra symmetri.

Differensial formene er fullstendig lokale og relaterer ulike felt til punkt i rommet og er derfor mer naturlig å bruke i mer komplekse situasjoner med mindre symmetri.

Maxwells ligninger (ingen frie partikler)

Gitt ingen frie partikler $\Rightarrow \mathbf{J} = \mathbf{0} \quad \wedge \quad \rho = 0$,
og gitt konstant permittivitet ε og permeabilitet μ ,
da reduseres Maxwells ligninger til

Gauss' lov (E): $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$

Gauss' lov (B): $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

Faradays lov: $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

Amperes lov: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$

Differensial form

Gauss' lov for E-felt

Gitt et punkt med elektrisk forskyvningsfelt $\mathbf{D}$ og ladningstetthet ρ , da har vi at

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

hvor $\nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$ er divergenten til $\mathbf{D}$

Gauss' lov for B-felt

Gitt et punkt med magnetisk felt $\mathbf{B}$, da har vi at

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

hvor $\nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z}$ er divergenten til $\mathbf{B}$

Faradays lov

Gitt et punkt med elektrisk felt $\mathbf{E}$ og magnetisk felt $\mathbf{B}$, da har vi at

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

hvor $\nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$ er curlen til $\mathbf{E}$

Amperes lov

Gitt et punkt med magnetisk feltstyrke $\mathbf{H}$, strømtetthet $\mathbf{J}$ og elektrisk forskyvningsfelt $\mathbf{D}$, da har vi at

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

hvor $\nabla \times \mathbf{H} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$ er curlen til $\mathbf{H}$

ELEKTROMAGNETISKE BØLGER (EM-BØLGER)

Elektromagnetisk bølge funksjon

Sinusformede elektromagnetiske plan bølger som reiser i $+x$ retning i et medium hvor det er ingen frie partikler, kan uttrykkes som

$$\mathbf{E}(x, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{B}(x, t) = \frac{E_0}{v} \cos(\omega t - kx) \hat{\mathbf{k}}$$

hvor E_0 er elektrisk felt magnitudo,

$\omega = 2\pi f$ er vinkel frekvens,

$v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ er bølgefarten,

og $k = 2\pi/\lambda$ er bølge nummeret.

Bølgeligning for E

Gitt ingen frie partikler så er bølgeligningen for $\mathbf{E}$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

eller, ekvivalent

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Bølgeligning for B

Gitt ingen frie partikler så er bølgeligningen for $\mathbf{B}$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}$$

eller, ekvivalent

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}$$

Bevegelsesmengde

For en em-bølge i vakuum med **energi** E , så har den bevegelses mengde p lik

$$p = E/c \quad [\text{Ns}] \text{ eller } [\text{kg m/s}]$$

Bevegelsesmengde per volum

For en em-bølge i vakuum med Poynting magnitudo S , som okkuperer et volum V , så har vi

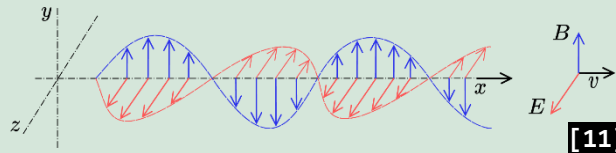
$$\frac{dp}{dV} = \frac{S}{c^2}$$

Definisjon

$\mathbf{E}(x, t)$ og $\mathbf{B}(x, t)$ til sammen omtales som elektromagnetiske bølger.

Viktige egenskaper

- Bølgen er **transvers**; både $\mathbf{E}$ og $\mathbf{B}$ er vinkelrette på forplantningsretningen til bølgen. $\mathbf{E}$ og $\mathbf{B}$ er også vinkelrette på hverandre.
- Forholde mellom $\mathbf{E}$ og $\mathbf{B}$ er definitivt. $E = vB$.
- Bølgene trenger ikke et medium for å forplante seg.
- I vakuum har bølgene en konstant hastighet lik c .



Poynting vektor

Poynting vektoren $\mathbf{S}$ beskriver magnituden og retningen til intensiteten til en em-bølge

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad [\text{W/m}^2]$$

Intensitet (irradians)

Intensiteten I til en sinusformet em-bølge er lik gjennomsnittlig Poynting vektor magnitudo S_{snitt}

$$I = S_{\text{snitt}} = \frac{E_0 B_0}{2\mu} \quad [\text{W/m}^2]$$

Strålingstrykk

For en em-bølge i vakuum med intensitet I som treffer et objekt

om objektet **absorberer** all stråling fra bølgen, så opplever objektet et strålingstrykk p lik

$$p_{\text{abs.}} = I/c$$

om objektet **reflekterer** all stråling fra bølgen, så opplever objektet et strålingstrykk p lik

$$p_{\text{refl.}} = 2(I/c)$$

Bølgefart

Farten v til en elektromagnetisk bølge i et medium med permittivitet ϵ og permeabilitet μ er gitt ved

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

Om mediet er vakuum har vi at farten er lysets hastighet

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Polarisering

Eksempel: Viss $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{j}}$ så sier man at $\mathbf{E}$ er polarisert i $\hat{\mathbf{j}}$ -retning. Altså y -polarisert.

Energitetthet

Elektrisk energitetthet u_E i vakuum er gitt ved

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Magnetisk energitetthet u_B i vakuum er gitt ved

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Merk at $u_E = u_B$ i en elektromagnetisk bølge.

Energitetthet i em-bølge

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{\mu} B^2$$

Elektromagnetiske bølger transporterer energi!

REFERANSER

[1] I. Neutelings, “Electric field lines of two charges”, TikZ.net, https://tikz.net/electric_fieldlines2/ (accessed Oct. 17, 2023). License [CC BY-SA 4.0 Deed](#)

[2] Geek3, “File:vfpt plus thumb.svg”, Wikimedia Commons, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFPT_plus_thumb.svg (accessed Oct. 17, 2023). License [CC BY-SA 3.0 Deed](#)

[3] Papa November, “File:capacitor schematic with dielectric.svg”, Wikimedia Commons, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Capacitor_schematic_with_dielectric.svg (accessed Oct. 17, 2023). License [CC BY-SA 3.0 Deed](#)

[4] Pflodo, “File:KCL - Kirchhoff’s circuit laws.svg”, Wikimedia Commons, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:KCL - Kirchhoff%27s_circuit_laws.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:KCL_-_Kirchhoff%27s_circuit_laws.svg) (accessed Oct. 17, 2023). License [CC BY-SA 3.0 Deed](#)

[5] Kwinkunks, “File:Kirchhoff voltage law.svg”, Wikimedia Commons, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kirchhoff_voltage_law.svg (accessed Oct. 17, 2023). (Original work remixed by me) License [CC BY-SA 3.0 Deed](#)

[6] Geek3, “File:VFPT cylindrical magnet thumb.svg”, Wikimedia Commons, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFPT_cylindrical_magnet_thumb.svg (accessed Oct. 17, 2023). License [CC BY-SA 3.0 Deed](#)

[7] Acdx, “File:right hand rule cross product.svg”, Wikimedia Commons, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Right_hand_rule_cross_product.svg (accessed Oct. 17, 2023). (Original work remixed by me) License [CC BY-SA 3.0 Deed](#)

[8] Jfmelero, “File:manoderecha.svg”, Wikimedia Commons, <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Manoderecha.svg> (accessed Oct. 17, 2023). License [CC BY-SA 4.0 Deed](#)

[9] G. Vandegrift, “File:magnetic field element (biot-savart law) prime.svg”, Wikimedia Commons, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Magnetic_field_element_\(Biot-Savart_Law\)_PRIME.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Magnetic_field_element_(Biot-Savart_Law)_PRIME.svg) (accessed Oct. 17, 2023). (Original work remixed by me) License [CC BY-SA 4.0 Deed](#)

[10] Fred the Oyster, “File:Transformer Flux.svg”, Wikimedia Commons, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Transformer_Flux.svg (accessed Oct. 18, 2023). (Original work remixed by me) License [CC BY-SA 4.0 Deed](#)

[11] SuperManu, “File:Onde electromagnetique.svg”, Wikimedia Commons, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Onde_electromagnetique.svg (accessed Oct. 19, 2023). (Original work remixed by me) License [CC BY-SA 3.0 Deed](#)